

---

# UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 2008/2009

November 2008

## EUM 222 – KEBARANGKALIAN DAN STATISTIK GUNAAN

Masa: 3 jam

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi DUA BELAS muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Kertas soalan ini mengandungi ENAM soalan dan dua bahagian iaitu Bahagian A dan Bahagian B.

Jawab EMPAT soalan. Jawab DUA soalan daripada Bahagian A dan DUA soalan daripada Bahagian B.

Gunakan  $\alpha = 0.05$  jika nilai  $\alpha$  tidak diberikan dalam soalan.

Mulakan jawapan anda untuk setiap soalan pada muka surat yang baru.

Agihan markah bagi setiap soalan diberikan di sudut sebelah kanan soalan berkenaan.

Jawab semua soalan dalam bahasa Malaysia atau bahasa Inggeris atau kombinasi kedua-duanya.

**BAHAGIAN A : Jawab DUA soalan sahaja**  
**SECTION A : Answer TWO question only**

1. (a) Dua alat pengimbas diperlukan untuk suatu ujikaji. Daripada lima pengimbas yang sedia ada, dua pengimbas mempunyai kecacatan elektronik, satu pengimbas lain mempunyai kecacatan dalam ingatan dan dua alat pengimbas berkeadaan baik. Dua unit alat pengimbas dipilih secara rawak.

*Two scanners are needed for an experiment. Of the five available, two have electronic defects, another one has a defect in the memory and two are still in good working order. Two units are selected at random.*

- (i) Carilah taburan kebarangkalian bercantum bagi  $X_1$  = bilangan alat pengimbas dengan ralat elektronik dan  $X_2$  = bilangan alat pengimbas dengan ralat ingatan.

*Find the joint probability distribution of  $X_1$  = the number with electronic defects and  $X_2$  = the number with defect in memory.*

- (ii) Carikan kebarangkalian bahawa terdapat 0 atau 1 jumlah kecacatan daripada jumlah alat pengimbas yang dipilih.

*Find the probability of 0 or 1 total defects among the two selected.*

- (iii) Carilah taburan kebarangkalian sut bagi  $X_1$ .

*Find the marginal probability distribution of  $X_1$ .*

- (iv) Carilah taburan kebarangkalian bersyarat bagi  $X_1$  diberikan  $X_2=0$ .

*Find the conditional probability distribution of  $X_1$  given  $X_2=0$ .*

(12 marks)

...3/-

- (b) Suatu pembolehubah rawak  $X$  mempunyai fungsi ketumpatan kebarangkalian yang diberikan oleh

*A random variable  $X$  has probability density function given by*

$$f(x) = (1 + \theta)x^\theta \text{ for } 0 < x < 1 \text{ and } \theta > -1$$

- (i) Cari  $E(X)$ .  
*Find  $E(X)$ .*
- (ii) Carilah penganggar kebolehjadian maksimum bagi  $\theta$  berdasarkan sampel bersaiz  $n$ .

*Find the maximum likelihood estimator for  $\theta$  based on a sample of size  $n$ .*

- (iii) Data yang berikut diberikan: 0.5, 0.3, 0.1, 0.1, 0.2. Carilah nilai penganggar kebolehjadian maksimum bagi  $\theta$  bagi data yang diberikan.

*The following data is given: 0.5, 0.3, 0.1, 0.1, 0.2. Find the maximum likelihood estimate for  $\theta$  based on the given data.*

(13 marks)

2. (a) Suatu kajian telah dilakukan oleh seorang jurutera untuk menentukan jangka masa hayat satu set pad brek kereta sebelum ia perlu ditukar. Maklumat mengenai 232 set pad brek telah diperolehi dan jumlah batuan (dalam unit 1000-batu) telah dikelaskan kepada enam kategori. Jurutera tersebut ingin mengetahui sama ada taburan batuan pad brek boleh dimodelkan oleh taburan eksponen ( $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  for  $x > 0$ ). Daripada sampel, didapati bahawa purata batuan pad brek ialah 7.6 ribu batu. Tentusahkan bahawa jurutera itu betul.

*A study was conducted by an engineer to determine the length of time before a set of car brake pads needed to be changed. Information on 232 sets of brake pads is available and their mileage (in 1000-mile units) is classified into one of six categories. The engineer would like to know whether the distribution of brake pad mileages can be modeled by an exponential distribution ( $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$  for  $x > 0$ ). From the sample, it was found that the average brake pad mileage is 7.6 thousand miles. Determine whether the engineer is correct.*

Jumlah batuan sehingga haus pad brek dalam unit 1000-batu. <i>Brake pad wear out mileage in 1000-mile units</i>	0.0-5.0	5.0-7.5	7.5-10.0	10.0-12.5	12.5-15.0	>15.0
Kekerapan <i>Frequency</i>	81	48	41	36	22	4

(12 marks)

...5/-

- (b) Suatu kajian telah dilakukan untuk membandingkan jumlah masa cetakan dalam saat bagi dua jenama pencetak laser. Andaikan jumlah masa cetakan tertabur secara taburan normal.

*A study is conducted to compare the total printing time in seconds of two brands of laser printers on various tasks. The data below are the times in seconds for printing graphs. Assume that the total printing time is normally distributed.*

Task Tugas	Brand 1 Jenama 1	Brand 2 Jenama 2	Task Tugas	Brand 1 Jenama 1	Brand 2 Jenama 2
1	21.8	36.5	8	23.1	38.0
2	22.6	35.2	9	22.2	36.3
3	21.0	36.2	10	20.1	35.9
4	19.7	34.0	11	21.4	35.7
5	21.9	36.4	12	20.5	34.9
6	21.6	36.1	13	22.7	37.1
7	22.5	37.5	14	20.5	34.2

- (i) Anggarkan purata perbezaan dalam masa pencetakan bagi kedua-dua pencetak laser.

*Estimate the average difference in printing time for these two laser printers.*

- (ii) Dapatkan selang keyakinan 90% bagi perbezaan dalam masa pencetakan.

*Find a 90% confidence interval on the difference in printing times.*

(13 marks)

...6/-

3. (a) Andaikan bahawa  $Y = \beta_0 + \beta_1 X$  dengan  $\beta_1 \neq 0$ .

*Assume that  $Y = \beta_0 + \beta_1 X$  with  $\beta_1 \neq 0$ .*

- (i) Tentukan ungkapan bagi  $\text{Cov}(X, Y)$  dalam sebutan  $X$ .

*Determine the expression for  $\text{Cov}(X, Y)$  in terms of  $X$ .*

- (ii) Tunjukkan bahawa  $\text{Var}(Y) = \beta_1^2 \text{Var}X$ .

*Show that  $\text{Var}(Y) = \beta_1^2 \text{Var}X$ .*

- (iii) Carilah  $\rho_{XY}$ .

*Find  $\rho_{XY}$ .*

- (iv) Apakah nilai bagi  $\rho_{XY}$  jika  $\beta_1$  adalah positif dan jika  $\beta_1$  adalah negatif?

*What is the value of  $\rho_{XY}$  when  $\beta_1$  is positive and when  $\beta_1$  is negative?*

(12 marks)

- (b) Masa dalam saat yang diperlukan untuk menghubungkan kepada Internet melalui perkhidmatan mendiial dipengaruhi oleh beberapa faktor. Data yang berikut diperolehi daripada suatu kawasan tertentu pada dua masa yang berlainan tetapi pada hari yang sama dalam seminggu. Andaikan data ini bertabur secara taburan normal.

*The time in seconds required to connect to the Internet via a dial-up service is influenced by a number of factors. The data below are obtained in a given area at two different times of the day but always on the same day of the week. Assume that the data is distributed normally.*

Pagi(9-11pagi) Morning (9-11am)				Malam (10-12tengah malam) Night (10pm-midnight)			
10	20	31	42	10	11	21	31
33	35	47	47	20	32	38	36
21	51	53	52	24	33	25	35
56	63	60	48	52	51	40	43

- (i) Ujikan hipotesis bahawa varians populasi bagi dua tempoh masa yang berlainan (siang dan malam) adalah tak sama.

*Test the hypothesis that the population variances during the two different time periods (mornings and nights) are not equal.*

- (ii) Dapatkan selang keyakinan 98% bagi perbezaan dalam purata masa yang diperlukan untuk mengakses Internet bagi dua tempoh masa yang berlainan.

*Find a 98% confidence interval on the difference in the average time required to access the Internet during these two time periods.*

(13 marks)

**BAHAGIAN B : Jawab DUA soalan sahaja**  
**SECTION B : Answer TWO question only**

4. (a) Model linear regresi berganda  $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3$  dijana daripada set 24 cerapan. Jumlah kuasa dua keseluruhan cerapan ialah **SST = 154** dan jumlah kuasa dua ralat ialah **SSE = 130**. Buat jadual ANOVA dan lakukan ujian hipotesis  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  pada  $\alpha = 0.05$ .

*A multiple linear regression model  $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3$  is fitted to a set of 24 observations. The total sum of squares is **SST = 154** and the error sum of squares is **SSE = 130**. Write down the ANOVA table and conduct a test of the hypothesis  $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  at  $\alpha = 0.05$ .*

(8 marks)

- (b) Penyelidikan untuk mengkaji perhubungan di antara isipadu bendalir ( $x_1$ ), tinggi, 1 dan rendah, -1, isipadu cecair ( $x_2$ ), tinggi, 1 dan rendah, -1 dan saiz pembukaan jaring ( $x_3$ ), besar, 1 dan kecil, -1 dilakukan ke atas faktor dimensi ( $y$ ). Penyelidikan ini bertujuan untuk menerangkan keadaan tekanan yang jatuh dari pelan-skrin ruang membuak. Data yang diperolehi dari sampel rawak lapan eksperimen yang dijalankan adalah seperti yang berikut:

*A research was conducted to study the relationship among the fluid velocity ( $x_1$ ), high, 1 and low, -1, the liquid velocity ( $x_2$ ), high, 1 and low, -1 and the mesh size of the openings ( $x_3$ ), big, 1 and small, -1 on a dimensionless factor ( $y$ ) used to describe pressure drops in a screen-plan bubble column. Data was collected for a random sample of eight experiments as follows:*



Eksperimen Experiments	1	2	3	4	5	6	7	8
Isipadu Bendalir, $x_1$ Fluid Velocity	-1	1	-1	1	-1	1	-1	1
Isipadu Cecair, $x_2$ Liquid Velocity	-1	-1	1	1	-1	-1	1	1
Saiz Jaring, $x_3$ Mesh Size	-1	-1	-1	-1	1	1	1	1
Dimensi, $y$ Dimension	3.2	4.8	2.9	5.3	3.6	4.9	3.0	5.1

- (a) Dapatkan anggaran kuasadua terkecil bagi parameter untuk menyesuaikan data dengan model linear regresi dalam bentuk  $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3$ .

*Find the least square estimates of the parameters to fit a multiple linear regression model of the form  $y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3$ .*

- (b) Tentukan nilai pekali penentuan,  $R^2$  bagi model regresi (a) ;

*Determine the value of the coefficient of determination,  $R^2$  for the regression model of (a) ;*

- (c) Lakukan ujian hipotesis bagi pekali ispadu cecair dan saiz jaring adalah sama dengan sifar;

*Test the hypothesis that the coefficient for liquid velocity and mesh size are both equals to zero;*

- (d) Bina selang keyakinan 95% bagi  $\beta_1$  dan

*Construct a 95% confidence interval for  $\beta_1$  and*

- (e) Lakukan analisa baki bagi model regresi (a).

*Perform the residual analysis of the regression model of (a).*

(17 marks)

...10/-

5. (a) Jurutera Elektronik sedang mengkaji masa reaksi (dalam milisaat) bagi tiga jenis litar dalam kalkulator elektronik. Keputusan kajian adalah seperti di bawah:

*An electronic engineer is studying the reaction times (in milliseconds) for three types of circuits used in an electronic calculator. The results of the studies are given below:*

Jenis Litar Circuit Types	Masa Reaksi Reaction Times				
A	19	22	20	18	25
B	20	21	33	27	40
C	16	15	18	26	17

Lakukan analisa varians untuk menunjukkan sama ada perbezaan masa reaksi adalah bererti bagi tiga jenis litar yang berbeza.

*Perform an analysis of variance to show that whether the reaction times are significantly different for the three different types of circuits.*

(10 marks)

- (b) Rekabentuk eksperimen dua faktor yang melibatkan faktor **A** dengan dua paras dan faktor **B** dengan tiga paras. Bagi setiap rawatan terdapat 4 ulangan cerapan. Jumlah keseluruhan item data bagi setiap rawatan adalah diberi seperti dalam jadual berikut:

*A two-factor experimental design involves factor **A**, with 2 levels and factor **B** with 3 levels. There are 4 replications in each treatment. The sums of the data items in each treatment are given by the following table:*

		<b>B</b>		
		1	2	3
<b>A</b>	1	42	66	35
	2	69	37	70

Katakan jumlah kuasa dua bagi kesemua 24 item data itu ialah 5132. Adakah faktor-faktor tersebut memberi kesan yang bererti terhadap pembolehubah sambutan?

*Suppose that the sum of squares of all 24 data items is 5132. Does either factor significantly affect the response variables?*

(15 marks)

6. (a) Kebanyakan pemandu kereta yang menggunakan minyak petrol regular sebenarnya membeli petrol jenis premium dengan kepercayaan bahawa mereka akan mendapat lebih batuan. Untuk menguji kepercayaan ini, 10 kereta yang boleh menggunakan petrol regular digunakan dalam ujian tersebut. Sebagai permulaan, setiap kereta akan diisi penuh dengan sama ada petrol regular atau pun petrol premium yang ditentukan dengan lambungan siling dan jumlah batuannya dicatat. Pemandu kereta tidak tahu tentang eksperimen ini. Keputusan (dalam kilometer per liter) diberi seperti dalam jadual berikut:

*Many drivers of cars that can run on regular fuel actually buy premium in the belief that they will get better mileage. To test that belief, 10 cars in a company fleet are used in which all cars can run on regular fuel. Each car is filled first with either regular or premium petrol, decided by a coin toss and the mileage for that tank full recorded. The drivers do not know about the experiment. The results (in kilometer per liter) are given by the following table:*

Kereta Car	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Regular	63	55	58	60	58	57	52	59	66	59
Premium	60	50	56	59	59	54	50	61	63	52

Gunakan ujian tanda untuk menentukan sama ada dua jenis petrol tersebut akan menghasilkan jumlah batuan yang sama. Guna  $\alpha = 0.05$

*Use the sign test to determine whether the two types of petrol produce the same mileage. Use  $\alpha = 0.05$*

(10 marks)

- (b) Dua jenis makmal telah dipilih untuk menjalankan ujian kandungan alkohol dalam proses kimia dari kumpulan yang sama. Keputusan ujian diberi dalam jadual yang berikut:

*Two laboratories were selected to test the contents of alcohol in a chemical process from the same bath. The results are given by the following table:*

Makmal A / Laboratory	26.6	26.0	28.4	27.5	30.9	29.0
Makmal B / Laboratory	22.7	28.1	24.0	26.8	25.5	24.7

Dengan menggunakan ujian pangkat-bertanda Wilcoxon, bolehkah anda mengatakan bahawa Makmal A lebih baik daripada makmal B? Guna  $\alpha = 0.05$

*By using the Wilcoxon signed-rank test, can you claim that the Laboratory A is better than the Laboratory B? Use  $\alpha = 0.05$*

(15 marks)

ooooOOoooo